

# 1<sup>ο</sup>

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΘΕΜΑ Α:

**A1.** Έστω η εξίσωση  $ax^2+bx+\gamma=0$ ,  $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  και  $a \neq 0$  έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς  $x_1, x_2$ , να αποδείξετε ότι:

$$\text{i) } x_1+x_2=\frac{-\beta}{\alpha},$$

$$\text{ii) } x_1 \cdot x_2=\frac{\gamma}{\alpha}$$

**Μονάδες 10**

**A2.** Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού  $x$ .

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν είναι λανθασμένη.

**α)** Για κάθε  $\rho > 0$  ισχύει  $|x| < \rho \Leftrightarrow -\rho < x < \rho$ .

**Μονάδες 2**

**β)** Αν  $\alpha\beta > 0$ , τότε πάντοτε, ισχύει:  $\sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha} \sqrt{\beta}$ .

**Μονάδες 2**

**γ)** Αν  $x > 0$  τότε  $\frac{\sqrt{x^2}}{x} = 1$ .

**Μονάδες 2**

**δ)** Αν  $\gamma \neq 0$  τότε  $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$ .

**Μονάδες 2**

**ε)** Αν  $d(x,2) < 5 \Leftrightarrow -3 < x < 7$ .

**Μονάδες 2**

### ΘΕΜΑ Β:

**B1.** Να λυθεί η ανίσωση:  $\frac{x-1}{2} - \frac{2x+1}{4} < \frac{x}{2}$ .

**Μονάδες 10**

**B2.** Να λυθεί η ανίσωση:  $|x-1| - 1 < \frac{|x-1|}{2}$ .

**Μονάδες 10**

**B3.** Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτήσεων (A), (B).

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ:**

Για τα ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  ισχύουν  $P(A) = \frac{17}{30}$ ,  $P(B) = \frac{7}{15}$  και  $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ . Να βρείτε τις:

**Γ1.**  $P(A \cap B)$

**Μονάδες 5**

**Γ2.**  $P(A-B)$ ,  $P(B-A)$

**Μονάδες 10**

**Γ3.**  $P[(A-B) \cup (B-A)]$

**Μονάδες 5**

**Γ4.**  $P[(A \cup B)^c]$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ:**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - (2\lambda + 1)x + \lambda^2 = 0$  (I)  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Δ1.** Για ποια τιμή του  $\lambda$  η εξίσωση έχει μια ρίζα διπλή.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Για ποιες τιμές του  $\lambda$  η εξίσωση έχει δυο ρίζες άνισες πραγματικές.

**Μονάδες 5**

**Δ3.** Για  $\lambda = 1$  η εξίσωση (I) έχει ρίζες  $x_1, x_2$ .

Υπολογίστε τις παραστάσεις:

**α)**  $x_1 + x_2$

**β)**  $x_1 \cdot x_2$

**γ)**  $x_1^2 + x_2^2$

**δ)**  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ .

**Μονάδες 10**

**Δ4.** Να βρείτε την εξίσωση 2<sup>ου</sup> βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς

$P_1 = 2x_1 + 3$ ,  $P_2 = 2x_2 + 3$  όπου  $x_1, x_2$  ρίζες του ερωτήματος **Δ3**.

**Μονάδες 5**

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Θεωρία σχολικού βιβλίου

**A2.** Θεωρία σχολικού βιβλίου

**A3.** α) Σ, β) Λ, γ) Σ, δ) Λ, ε) Σ

### ΘΕΜΑ Β

**B1.**  $2(x-1) - (2x+1) < 2x \Leftrightarrow$

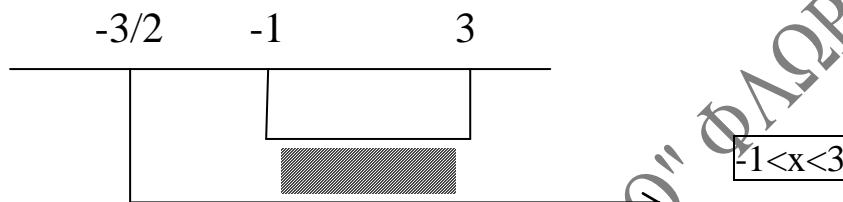
$$2x - 2 - 2x - 1 < 2x \Leftrightarrow$$

$$-3 < 2x \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$$

**B2.**  $2|x-1| - 2 < |x-1| \Leftrightarrow$

$$|x-1| < 2 \Leftrightarrow -2 < x-1 < 2 \Leftrightarrow -1 < x < 3$$

**B3.**



### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**  $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{17}{30} + \frac{7}{15} - \frac{2}{3} = \frac{17+14-20}{30} = \frac{11}{30}$

**Γ2.**  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{17}{30} - \frac{11}{30} = \frac{17-11}{30} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{15} - \frac{11}{30} = \frac{14-11}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

**Γ3.**  $P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A) = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$

**Γ4.**  $P[(A \cup B)^c] = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Πρέπει  $\Delta=0$  ή  $[-(2\lambda+1)]^2 - 4\lambda^2 = 0$  ή  $4\lambda^2 + 4\lambda + 1 - 4\lambda^2 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -\frac{1}{4}$

**Δ2.** Πρέπει  $\Delta > 0$  ή  $\lambda > -\frac{1}{4}$

**Δ3.** Για  $\lambda=1$  η εξίσωση γίνεται  $x^2 - 3x + 1 = 0$

**α)**  $x_1 + x_2 = \frac{-(-3)}{1} = 3$

$$\beta) x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{1} = 1$$

$$\gamma) x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9 - 2 = 7$$

$$\delta) \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} = \frac{7}{1} = 7$$

$$\Delta 4. P_1 + P_2 = 2x_1 + 3 + 2x_2 + 3 = 2(x_1 + x_2) + 6 = 2 \cdot 3 + 6 = 12$$

$$P_1 \cdot P_2 = (2x_1 + 3)(2x_2 + 3) = 4x_1x_2 + 6(x_1 + x_2) + 9 = 4 \cdot 1 + 6 \cdot 3 + 9 = 4 + 18 + 9 = 31$$

οπότε  $x^2 - 12x + 31 = 0$ .

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ "ΟΜΟΚΕΝΤΡΟ" ΦΛΩΡΟΠΟΥΛΟΥ